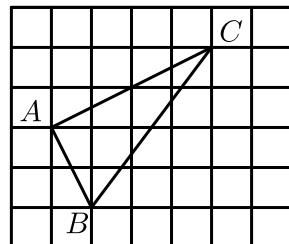


第2讲 格点问题进阶（练习）

1. 如图，在正方形网格中，每个小正方形的边长为1， $\triangle ABC$ 为格点三角形（即 A 、 B 、 C 均为格点），求 BC 边上的高．



【答案】 2 .

【解析】 由图得 $AB = \sqrt{5}$, $AC = 2\sqrt{5}$, $BC = 5$,

$$\therefore (\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 25 = 5^2 ,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2 ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形，且 $\angle A = 90^\circ$,

$$\therefore h = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{5} = 2 .$$

【标注】 【知识点】 勾股定理的综合应用

2. 在正方形网格中，点 A 、 B 、 C 都是格点，仅用无刻度的直尺按下列要求作图．

（1）在图1中，作线段 AB 的垂直平分线．

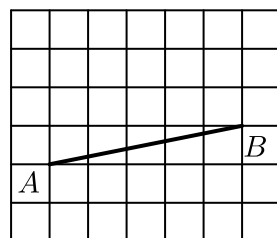


图 1

（2）在图2中，作 $\angle ABC$ 的角平分线．

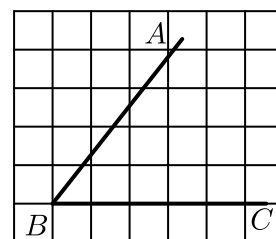


图 2

【答案】(1) 画图见解析 .

(2) 画图见解析 .

【解析】(1) 如图所示：直线 CD 即为所求：

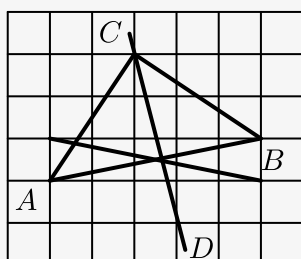


图 1

(2) 如图所示：射线 BD 即为所求：

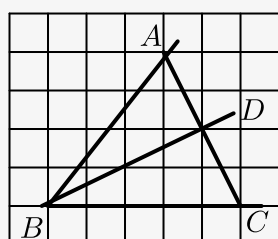
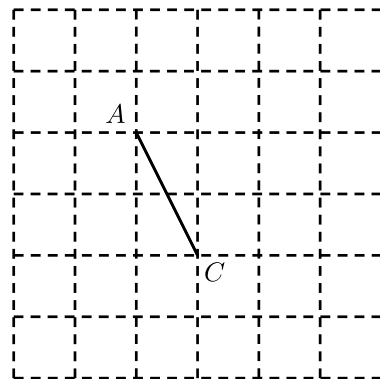


图 2

【标注】【知识点】作线段的垂直平分线

【知识点】作角平分线

3. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， A, B 为格点， $\angle BAC = 30^\circ$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 $\angle BAC$ 的平分线 AP ，并简要说明点 AP 的位置是如何找到的（不要求证明）_____ .



(1) AC 的长等于 _____ .

(2) 请在如图所示的网格中 . 用无刻度的直尺 , 画出一个以线段 AC 为对角线、周长为 $4\sqrt{2}$ 的矩形 $ABCD$, 并简要说明画图的方法(不要求证明) _____ .

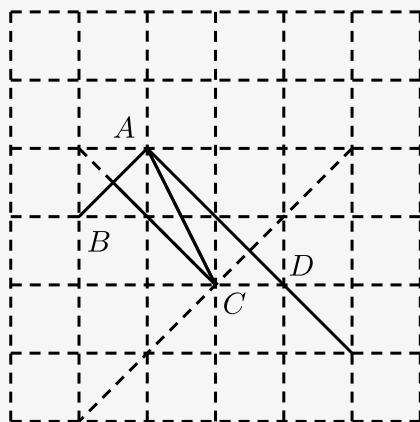
【答案】 (1) $\sqrt{5}$

(2) 如图 , 作边长为1的正方形的两条对角线 , 交于点 B , 作边长为3的正方形的两条对角线 , 交于点 D , 顺次连接 AB , BC , CD , DA , 四边形 $ABCD$ 即为所求 .

【解析】 (1) 由图可知 , AC 是一个 1×2 的矩形中的对角线 , 根据勾股定理可知 ,

$$AC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} .$$

(2) 如图 , 作边长为1的正方形的两条对角线 ,



交于点 B ,

作边长为3的正方形的两条对角线 ,

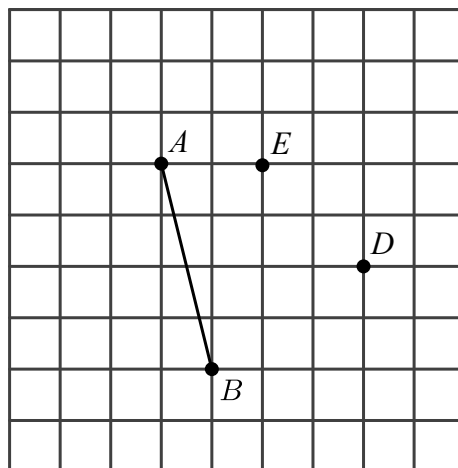
交于点 D ,

顺次连接 AB , BC , CD , DA ,

四边形 $ABCD$ 即为所求 .

【标注】 【知识点】直接用勾股求边长

5. 如图在每个小正方形的边长为1的网格中， AB 的长度为 ____ . C 是线段 AB 上一动点，利用网格作图确定点 C 的位置，使得 $CD + CE$ 的值最小 .

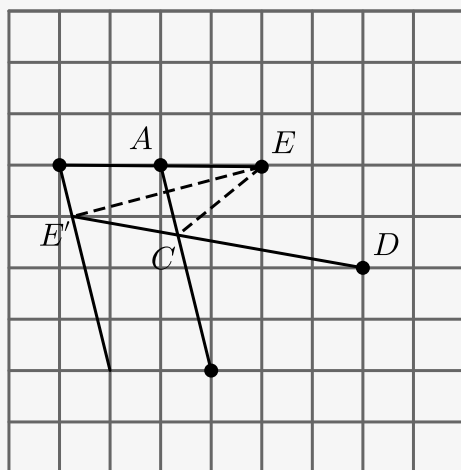


【答案】 $\sqrt{17}$; 画图见解析 .

【解析】 由勾股定理可知 :

$$AB = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17} ;$$

如图所示 :



过点 E 作关于 AB 对称的点 E' ,

连接 DE' 交 AB 于点 C , 则点 C 即为所求 ,

$\because$ 点 E' 与点 E 关于 AB 对称 , 连接 CE ,

$$\therefore CE' = CE ,$$

$$\therefore CD + CE' = CD + CE ,$$

$\therefore$ 点 C 即为所求 .

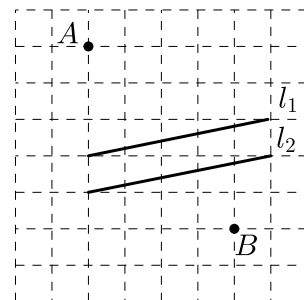
【标注】 【知识点】 勾股定理

【能力】 分析和解决问题能力

6. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B 均在格点上， l_1, l_2 是一条小河平行的两岸．

(1) AB 的距离等于 _____ ．

(2) 现要在小河上修一座垂直于两岸的桥 MN (点 M 在 l_1 上，点 N 在 l_2 上，桥的宽度忽略)，使 $AM + MN + NB$ 最短，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 MN ，并简要说明点 M, N 的位置是如何找到的(不要求证明) _____ ．



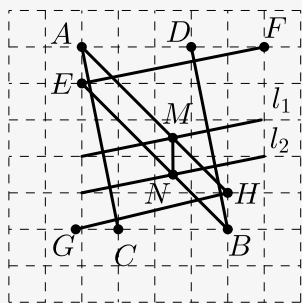
【答案】(1) $\sqrt{41}$

(2) 画图见解析，证明见解析．

【解析】(1) 由图可知， $AB = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$ ，

故答案为 $\sqrt{41}$ ．

(2) 如图，



取格点 C ，连接 AC ，(使 $AC \perp l_1$)，

取格点 E, F ，连接 EF ，(使 $EF \parallel l_1$)，与 AC 交点 A' ；

同理，作点 B' ，连接 AB' 与 l_1 交于点 M ，连接 $A'B$ 与 l_2 交于点 N ，连接 MN ．

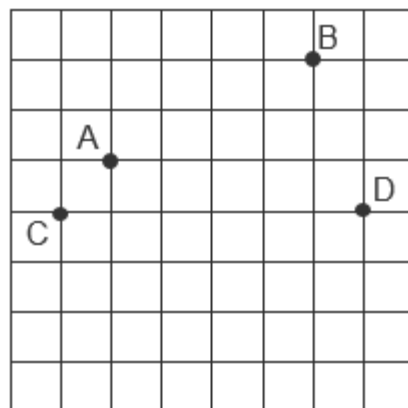
【标注】【知识点】勾股定理与实际问题

【知识点】平行线判定

【知识点】轴对称的定义

【能力】运算能力

7. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, C, D 均在格点上．



(1) 计算 AB 的值等于 _____ .

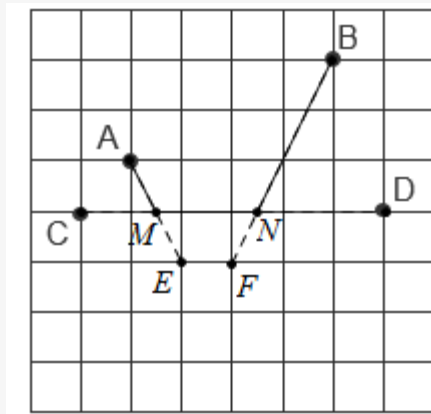
(2) 点 M, N 是在直线 CD 上的动点, 且 $MN = 2$ (点 M 在点 N 的左侧), 当 $AM + MN + NB$ 取得最小值时, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出点 M, N , 并简要说明点 M, N 位置是如何找到的 (不要求证明) _____ .

【答案】 (1) $2\sqrt{5}$

(2) 取格点 E, F , 连接 AE, BF 分别交 CD 于点 M, N , 连接 MN , 则 MN 即为所求 .

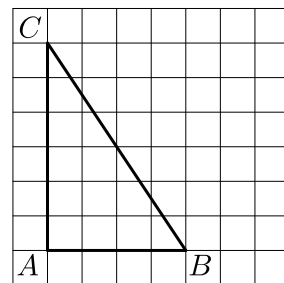
【解析】 (1) $AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

(2) 如图, 取格点 E, F , 连接 AE, BF 分别交 CD 于点 M, N , 连接 MN , 则 MN 即为所求 .



【标注】 【知识点】 两点间的距离公式

8. 如图, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长为1个单位长度, $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上 .



- (1) 请你借助网格，使用无刻度的直尺在线段 AC 上找一点 P ，使得 $PC^2 - PA^2 = AB^2$ ，画出点 P 的位置，并简要说明画法：_____。
- (2) 直接写出 (1) 中线段 PA 的长 _____。

【答案】 (1) 画图见解析。

画法如下：

(1) 以 AB 、 AC 为边作矩形找到点 D 。

(2) 连接 AD 交 BC 于点 E 。

(3) 作 $\triangle FGH \cong \triangle ABC$ 。

(4) FH 交 AC 于点 P 。

点 P 即为所求。

(2) $\frac{5}{3}$

【解析】 (1) $\because PC^2 = PA^2 + AB^2$ ，

可借助勾股定理，

$$\therefore PA^2 + AB^2 = PB^2,$$

$$\therefore PC^2 = PB^2,$$

$$\therefore PC = PB.$$

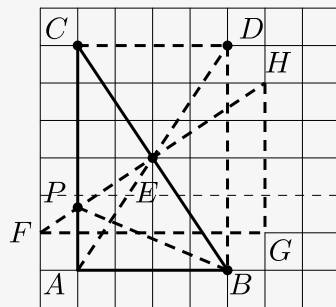
画法如下：

(1) 以 AB 、 AC 为边作矩形找到点 D 。

(2) 连接 AD 交 BC 于点 E 。

(3) 作 $\triangle FGH \cong \triangle ABC$ 。

(4) FH 交 AC 于点 P 。



点 P 即为所求.

(2) 设 $PC = x$, 所以 $PA = 6 - x$,

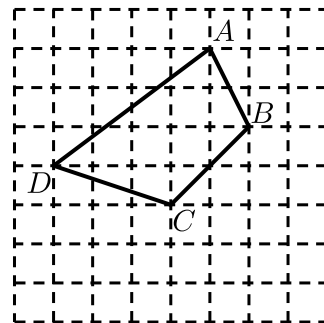
$$\therefore x^2 = (6 - x)^2 + 4^2,$$

$$\therefore x = \frac{13}{3},$$

$$\therefore PA = \frac{5}{3}.$$

【标注】【知识点】勾股定理的综合应用

9. 如图, 在每个小正方形的边长为1的网格中, 点 A 、 B 、 C 、 D 均在格点上.



(1) 四边形 $ABCD$ 的面积等于 _____.

(2) 在 CD 边上有一点 E , 当 AE 平分四边形 $ABCD$ 的面积时, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出 AE , 并简要说明点 E 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.

【答案】 (1) $\frac{19}{2}$

(2) 如图 a ,

连接 AC 、 BD , 取 BD 的中点 M , 取点 N , 使 $MN \parallel AC$, 连接 MN 交 CD 于点 E , 连接 AE .

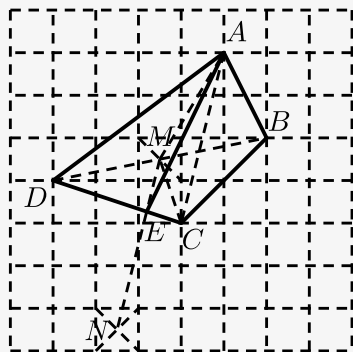


图 a

【解析】(1) 由网格，得：

$$\begin{aligned}
 S_{\text{四边形}ABCD} &= 5 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \\
 &= 20 - \frac{3}{2} - 2 - 1 - 6 \\
 &= \frac{19}{2}.
 \end{aligned}$$

故答案为 $\frac{19}{2}$.

(2) 方法一：如图a，

连接AC、BD，取BD的中点M，取点N，使MN//AC，连接MN交CD于点E，连接AE .

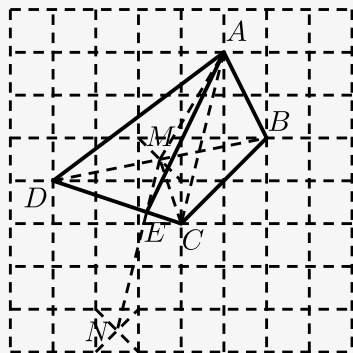


图 a

方法二：计算可得 $S_{\triangle ADE} = \frac{19}{4}$, $S_{\triangle ABC} = 3$,

所以 $S_{\triangle ACE} = \frac{7}{4}$,

所以 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ACE} = DE : EC = 19 : 7 = 3\frac{4}{5} : 1\frac{2}{5}$.

如图b，取点M使 $CM = 1\frac{2}{5}$, 取点N使 $DN = 3\frac{4}{5}$, 连接MN交CD于点E，连接AE .

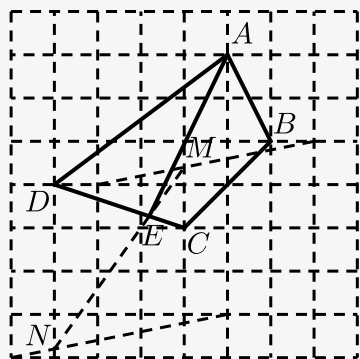
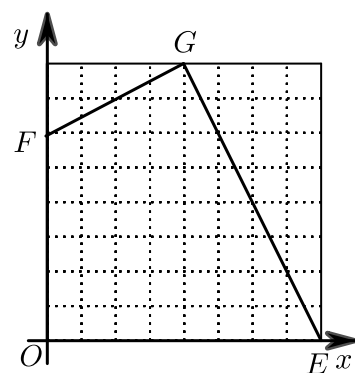


图 b

【标注】【知识点】作线段的垂直平分线

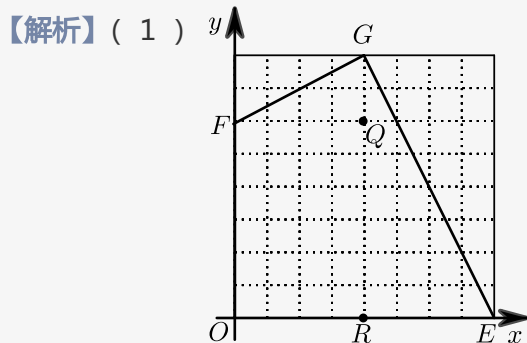
10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $E(8,0)$ ， $F(0,6)$.



- (1) 当 $G(4,8)$ 时，则 $\angle FGE = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 在图中的网格区域内找一点 P ，使 $\angle FPE = 90^\circ$ ，且四边形 $OEPF$ 被过 P 点的一条直线分割成两部分后，可以拼成一个正方形，则 P 点坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (要求：写出点 P 坐标，画出过 P 点的分割线并指出分割线，不必说明理由，不写画法)

【答案】(1) 90°

(2) $P(7,7)$ ；画图见解析， PM 是分割线 .



$\because E(8,0)$ ， $F(0,6)$.

当 $G(4,8)$ 时，

$$\therefore \frac{FQ}{GR} = \frac{GQ}{ER} = \frac{1}{2} ,$$

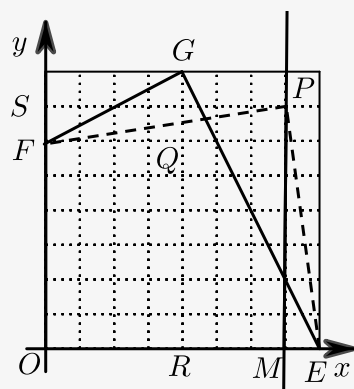
$$\therefore \triangle FQG \sim \triangle GRE,$$

$$\therefore \angle FGQ + \angle RGE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FGE = 90^\circ,$$

故答案为： 90° .

(2) 如图所示：



$P(7, 7)$, PM 是分割线.

【标注】【知识点】相似三角形的性质与判定综合